4-27-2010 Tohei

Date of Lab —　　Date of Submission 4/27

Physics Laboratory Report

Author　Class AP　Name Rui Fujishiro

Title ニュートンの運動法則について

Co-workers none

Summary

まず，ニュートンの運動法則の原理を把握し，それが様々な運動の現象においても適用するのか考えてみた。

Teacher's Comment　よく勉強して整理している。
いくつかのコメントを入れたが、大学でもう一度学習する機会があるのでその時の参考にして下さい。
Tohei

* レポートは、日本語あるいは英語で記載すること。
* この用紙をレポートの表紙として使うこと。
* 実験日から一週間目にあたる日か、それ以前に提出すること。

ニュートンの運動法則について

1. 序：Introduction

目的（Objective）

まず、ニュートンの運動法則の原理を把握し、それが様々な運動の現象においても通用するのか考えてみた。

理論（Theory）

ニュートンの運動法則の確認

① 第一法則…慣性の法則

物体に外部から力が作用しないとき、静止している物体はいつまでも静止を続け、運動している物体はその速度を保って等速運動（等速直線運動）を続ける。

よく例として
出されるもの
第一法則の
ように普
的な
に目を
むけよう

Ex. 電車の発車と停車 … 電車が発車するとき，立っている乗客は後方に倒れそうになる。乗客は慣性によって静止しようとするのに，電車の床が前方に動くために足がそれにつれて前方に動かされるからである。反対に電車が停止するときは，乗客は慣性によって同じスピードで動こうとするのに，電車の床と足はスピードを落とすので，乗客は前方に倒れそうになる。

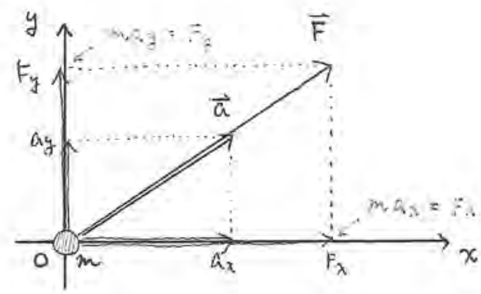
② 第二法則…運動の法則

物体に力を加えるとき、加えたすべての力の合力の向きに加速度が生じる。加速度の大きさは、作用する合力の大きさに比例し、物体の質量に反比例する。作用する合力を F、物体の加速度を a とすると、次の運動方程式が成立する。

$$m \cdot a = F$$

＊ a ＝加速度[m/s2] m ＝質量[kg] F ＝力[N]

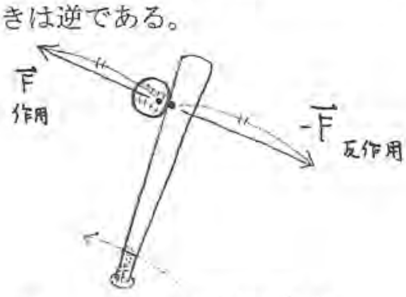
また、ある運動を x-y 軸座標に定めて、物体の加速度を $a=(a_x, a_y)$、物体に作用する合力を $F=(F_x, F_y)$とすると、運動方程式は各成分についても成り立つ。



③ 第三法則…作用・反作用の法則

物体 A が物体 B に力を作用するとき、B も A に力を作用し、この 2 力は同一作用線上にあり、大きさが等しく、向きは逆である。

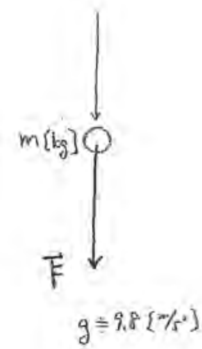
Ex. バットでボールを打つ



2. 考察：Discussions

Ⅰ. 運動力学

ボールが落ちた時のストロボ写真の様子。



※次第に速くなっていく。

自由落下運動

右図のようにボールを垂直に落下させるときに、質量 m[kg]の物体にある加速度が生じる。落下の加速度は物体の質量と無関係に一定の値であり、重力加速度と言われる。落下している質量 m[kg]の物体にはたらく重力を W[N]とすると、ニュートンの第二法則である運動方程式のように、次のような関係式がなりたつ。

$W = m[kg] \times g[m/s^2]$　　$F = m[kg] \times a[m/s^2]$

($g \fallingdotseq 9.8[m/s^2]$)

Ⅱ. 運動量　運動量保存則　衝突

運動量とは、物体の運動の勢いの程度を示す目安になるベクトル量である。

$$P = mv$$

＊ P = 運動量[kg・m/s]　m = 質量[kg]　v = 速度[m/s]

また、物体にはたらいている合力 F[N]が Δt[s]の間作用しているとき、その積を力積という。

$$F\Delta t = mv' - mv$$

＊ m = 物質の質量[kg]　v = 変化前の速度[m/s]　v' = 変化後の速度[m/s]
　F = 物体に加えた合力[N]　Δt = 合力を加えた時間[s]

運動量の変化と力積

ニュートンの運動方程式 $F = m[kg] \times a[m/s^2]$を微分すると、次のような式になる。

$$F = m\,a$$

$$微分 \Rightarrow F = m\,(dv/dt)$$

) この二つは同じもの。

$$F\,dt = m\,dv$$

) これは積分の関係。

$$F\ \Delta t = m(v - v_0)$$

$$力積 = mv - mv_0$$

つまり運動量の
式は、?、つ
第二法則の
「積分形」
である。

このように、ニュートンの運動方程式は、物体の運動量の変化がその間に加えられた力積に等しいという関係に関わっていることがわかる。

また、ニュートンの運動方程式を時間で微分すると運動量が得られることもわかった。

運動量保存則

二つ以上の物体が、それぞれの間だけで力を作用しあい、外部からの力を受けていないとき、もしくは受けていても複数の外力が打ち消し合っている場合、個々の物体の運動量は変化しても、全体の物体の運動量の和は一定に保たれるということが運動量保存則です。

ここでニュートンの運動方程式を、力の及ぼし合う時間Δtで積分する。

$$
\begin{aligned}
F &= ma \\
&= m(d^2r/dt^2) \\
&= m(dv/dt)
\end{aligned}
$$

＊ニュートンの第一法則をもとに、物体が外力を受けていない場合を考える。

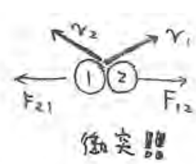
$$
\begin{aligned}
m(dv/dt) &= 0 \\
\int (dv/dt)\,dt &= \int dv \\
&= v \\
&= \text{const.}
\end{aligned}
$$

となり、外力が加えられていない場合、物体の速度は0もしくはある一定値を示すことがわかった。

次に、2つの物体が、衝突し限られた時間Δtだけ互いに力を及ぼし合う以外に、外力が加わらない場合を考える。2つの物体の間には、互いの衝突によって及ぼし合うF_{12}（1から2に及ぼす力）、F_{21}（2から1に及ぼす力）以外の、外部から働く力がないことにする。衝突前後のそれぞれの物体の運動量をP_1、P_2、およびP'_1、P'_2とすると、次のような関係式になる。また、衝突の前後で外力が働かないとき、全運動量$P=P_1+P_2$は第三法則の作用・反作用の法則が成り立ち、常に$F_{12}=-F_{21}$となる。

$$
\begin{aligned}
dP/dt &= F_{12}+F_{21} \\
&= 0 \\
P &= P_1+P_2 \\
&= P'_1+P'_2 \\
&= \text{const.}
\end{aligned}
$$

が得られる.



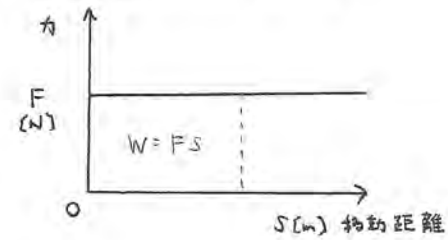
$\boxed{F_{12} = -F_{21}}$

以上から、ニュートンの第一、第二、第三法則から運動量保存則が得られた。

III. 仕事　力学的エネルギー（運動エネルギー＆位置エネルギー）

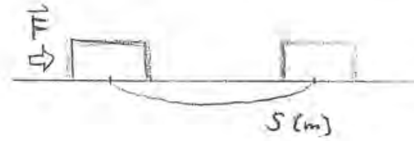
仕事

物体に一定の力 F [N] を加えながら、力の向きに S [m] 動かしたとき、力は物体に FS の仕事をした。



$$W\,[\mathrm{J}] = FS$$
$$= maS$$

また、仕事はスカラー（大きさのみで向きがない）であるから、仕事の正負は向きを表すのではない。
力が物体に負の仕事をしたというのは、物体が外部に対して、正の仕事をしたという意味である。



外部からの力 F と外部への F' は作用・反作用である。

$$\boxed{F = -F'}$$

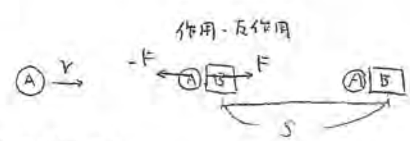
以上より、ニュートンの運動方程式、作用・反作用の法則が関わっていることがわかる。

力学的エネルギー

運動エネルギー　物体 A が物体を B を F [N] の力で押しつづけるとすると、A は B から $-F$ [N] の力で押されるから、A の加速度 a [m/s²] は、運動方程式より、

$$|F| = ma = (-F) \quad \text{よって、} \quad a = -\frac{F}{m}$$

作用・反作用



等加速度直線運動の速度を求める式 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ より

$$0^2 - v^2 = 2\left(-\frac{F}{m}\right)m$$
$$Fs = \frac{1}{2}mv^2$$

運動エネルギー

$$K = FS = \frac{1}{2}mv^2$$

※ m [kg], v [m/s]

位置エネルギー　質量 m [kg] の物体を高さ h [m] の点から初速度 0 で自由落下させた。
地面に衝突する直前の速さを v とすると、$v^2 - v_0^2 = 2ax$ より

$$v^2 - 0^2 = 2gh \quad ⇨ \quad v = \sqrt{2gh}$$

よって、衝突する直前の運動エネルギーは、

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \cdot 2gh = mgh$$

この運動エネルギーは物体の位置エネルギーが変換したものである。

重力による位置エネルギー

$$U = mgh$$

※ m [kg], h [m]

以上より、力学的エネルギーはニュートンの第1法則の等加速度直線運動と運動方程式が関わっていることがわかる。

* 円心力 → 「遠心力」？？　「みかけの力」
「慣性座標系」では遠心力は無い。
向心力と遠心力は作用・反作用の
関係にないことに注意。(遠心力は
回転座標系で現れる「みかけの力」)
このような「みかけの力」=「仮想的な力」を
慣性力という。

IV. 円運動　単振動　万有引力

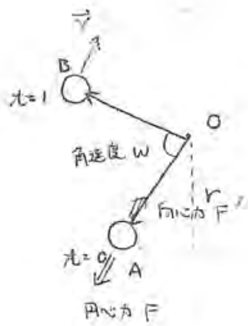
等速円運動

等速円運動の速さ $v = \frac{2\pi r}{T}$，$\omega = \frac{2\pi}{T}$ より

$$v = r\omega$$

加速度 $a = v\omega$

$$= r\omega \cdot \omega = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$$



加速度を生じる物体の原因は力である。運動の第2法則により，力の向きは加速度の向きと同じであるから，等速円運動をしている物体には，円の中心に向かう力（向心力）がはたらいている。

$$F = ma = mr\omega^2 = m\frac{v^2}{r}$$

また，円心力 F と向心力 F' は大きさが同じで，反対向き，同一直線上である。

*✓

以上より，ニュートンの運動方程式，作用・反作用の法則が関わっていることがわかった。

単振動

単振動において，変位 $x = A\sin\omega t$，速度 $v = A\omega\cos\omega t$，加速度 $a = -A\omega^2\sin\omega t = -\omega^2 x$ である。

ニュートンの運動方程式より，

※ 単振動は加速度運動の1つであるから，運動方程式に従って物体に加速度と同じ向きに作用している。

$$\boxed{F = ma} \qquad F = ma = -m\omega^2 x = -mA\omega^2\sin\omega t$$

また，単振動をしている物体に逆向きで大きさの同じ力が働いている。

以上から，ニュートンの運動方程式，作用・反作用の法則が関わっていることがわかった。

万有引力

地球が太陽に及ぼす力を F' とすると，F' は太陽の質量 M に比例する。F と F' の力の大きさは同じであるから，F の大きさは，地球の質量 m と太陽の質量 M の両方に比例し，地球と太陽との距離 r の2乗に反比例する。

$$\boxed{F = G\frac{mM}{r^2}} = mg \;(= ma) \quad より，\quad g = \frac{GM}{r^2}$$

ニュートンは，この力が質量をもつすべての物体間に作用すると考えた。これを，万有引力の法則という。

太陽が地球にはたらく F，地球が太陽にはたらく F' は

$$F = -F'$$

である。また，反対向きで同じ大きさ，同一直線である。

以上より，ニュートンの運動方程式，作用・反作用の法則が関わっていることがわかった。

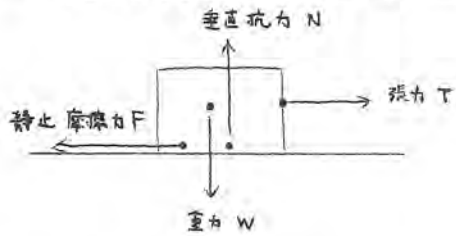
V. 摩擦　つりあい

摩擦

物体が他の物体と触れ合って動くときにはたらく力を摩擦力という。摩擦力は常に物体の運動を妨げるように働く。また摩擦力には静止摩擦力と動摩擦力の二種類がある。

静止摩擦力は静止している物体にはたらく力である。

図　水平面上に置かれた物体を水平方向に引くとき



➡ 引く力，張力Tが摩擦力Fよりも小さいと物体は動かない。

静止したまま。

動摩擦力は運動している物体の運動方向の反対向きにはたらき、物体の運動を妨げるはたらきをする。

図

➡ 引く力，張力Tが摩擦力Fより大きくなると，物体は動く。動摩擦力は常にはたらいている。

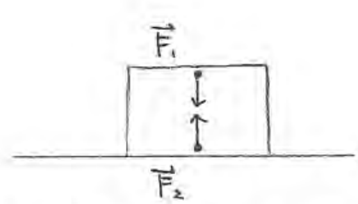
等速直線運動を続ける。

以上から、ニュートンの　慣性　の法則が関わっていることがわかった。

つりあい

力のつりあいとは、物体にいくつかの力が作用しても、その合力が0であり、物体の運動状態が変化しないことをいう。物体に二つの力が作用しているとき、つりあうためには力の大きさが等しく、同一作用線上で互いに反対向きにはたらかなければならない。

図　水平面上に置いた物体



$\vec{F_1}+\vec{F_2}=0$ より

$\vec{F_1}=-\vec{F_2}$

$\vec{F_1}$と$\vec{F_2}$とは，同じ大きさで向きが反対でなければならない。

また，$\vec{F_1}$と$\vec{F_2}$の作用線は同一直線でなければならない。

以上から、ニュートンの作用・反作用の法則が関わっていることがわかった。

3. 結論：Conclusions

様々な考察から、ニュートンの運動法則はどの物体の運動にも深く関わり、ニュートンの考えた慣性、作用・反作用、加えて運動方程式らが基となっていることがわかった。また円運動や自由落下運動などは一見違う運動に見えるが、二つの運動はニュートンの運動法則が成り立つ。他の運動にもこのことが言え、さまざまな運動は決して違うものではないということがわかった。

4. 感想と反省：Remarks & Reflections

アイザック・ニュートンの考えた運動法則を含む古典力学は、近代科学の設立にとても影響していることが今回のレポートで深く感じた。運動法則の他にも太陽系の構造や、光の粒子説、また白色光がプリズム混合色であるとして色とスペクトルの関係についても、ニュートンは唱えました。僕は彼について森谷先生に教わり、ニュートンはつくづく立派な偉人だと痛感しました。

今回のレポートでは、運動法則がどの運動にも関わっているのか数式や関係図をもとに考察しただけだが、もし機会があったら、ニュートンが実際に行った、運動や天体の軌道についての実験をしてみたい。

5. 出典

教科書「高校学校　物理Ⅱ」

参考書「理解しやすい物理Ⅰ・Ⅱ」