

断熱膨張による温度変化の理論計算

12-30-2015

Tohei Moritani 森谷東平

1) 目的

空気の塊が周囲との熱の出入りがない状態で（断熱的に）膨張するときの温度の変化について理論計算を実施した。空気が断熱材で囲まれていなくても、膨張が急激に起こるときには「断熱」的な効果が大きいとされている。次の2つについて考察した。

I. 加圧した空気を急に解放して常圧に戻すとき。プラスチックボトルに加圧ポンプ型の栓を取り付けて加圧した後に栓を解放するとボトル内に霧が発生する実験がこれに該当する (Fig. 1)。

II. 常圧の空気の塊が急激に低い圧力下に置かれるとき。真夏に起こる強い上昇気流によって地上大気が上空に急速に移動して積乱雲を生ずる過程がこれに相当する (Fig. 2) ¹。

前のレポート²の断熱膨張の計算では体積変化を変数としたが、今回は圧力変化を変数とした。

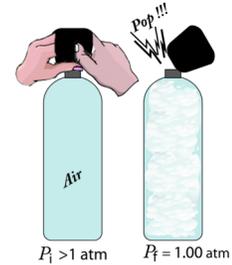


Fig. 1 Fog Bottle

2) 理論式

基本式は前のレポート²と同じである。

$$\text{ポアソンの法則 } P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma \quad (1)$$

$$\text{比熱比 } \gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (2)$$

$$\text{熱力学第一法則 } Q = \Delta U + W, \quad Q = 0 \text{ (断熱)} \quad (3)$$

$$\text{気体がした仕事 } W = \int_{V_i}^{V_f} P dV = \frac{P_i V_i}{\gamma - 1} \left\{ 1 - \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma - 1} \right\} \quad (4)$$

$$\text{理想気体の内部エネルギー } \Delta U = n C_v \Delta T \quad (5)$$

$$\text{圧縮比 } \alpha = \frac{V_i}{V_f} \quad (i: \text{initial}, f: \text{final}) \quad (6)$$

$$\text{圧力比 } \beta = \frac{P_f}{P_i} \quad (i: \text{initial}, f: \text{final}) \quad (7)$$

$$(2), (6), (7) \text{より } \alpha = \beta^{\frac{1}{\gamma}} \quad (8)$$

$$(5) \text{と} (3) \text{より, } \Delta T = \frac{\Delta U}{n C_v} = T_i (\alpha^{\gamma - 1} - 1) = T_i \left(\beta^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right) \quad (9)$$

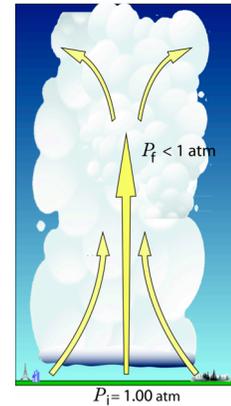


Fig. 2 Formation of Cumulonimbus Cloud

3) 理論計算 _____ 条件 I 加圧した空気を急に解放して常圧に戻すとき。

$$\text{初期条件 } T_i = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}, \quad P_i = \frac{P_f}{\beta} = 1/\beta \text{ [atm]} \quad (10)$$

$$\text{比熱 (空気) } C_v = \frac{5}{2} R = 20.8, \quad C_p = \frac{7}{2} R, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5} = 1.4 \quad (11)$$

$$\text{圧力変化後の圧力 } P_f = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1.00 \text{ atm} \quad (12)$$

$$\text{圧力変化前後の温度変化 } \Delta T = 300 (\beta^{0.286} - 1) \quad [\text{K}, ^\circ\text{C}] \quad (13)$$

$$\text{常圧になったときの温度 } T = \Delta T + 27 \quad [^\circ\text{C}] \quad (14)$$

計算結果を Fig. 3 に示した。

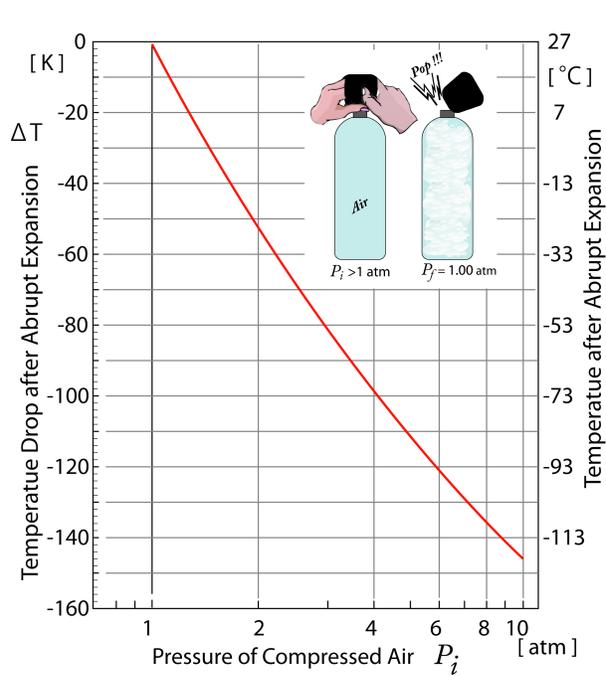


Fig. 3 加圧空気を断熱膨張させ常圧にしたときの温度変化 (ΔT) と温度 (T)

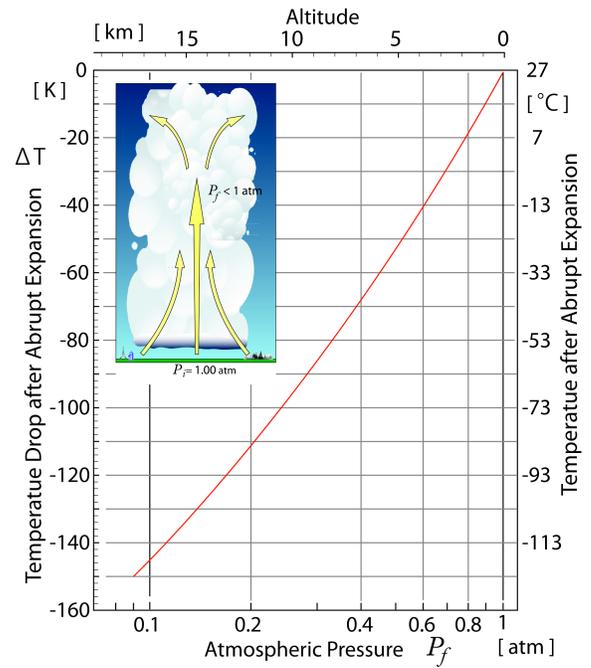


Fig. 4 常圧空気が低圧 (P_f) 下で断熱膨張したときの温度変化 (ΔT) と温度 (T)。大気圧に対応する標高も示した。

3) 理論計算 条件 II 常圧の空気の塊が急激に低い圧力下に置かれるとき。

初期条件 $T_i = 27^\circ\text{C} = 300\text{ K}, P_i = 1.00\text{ atm} = 1.03 \times 10^5\text{ Pa}$ (15)

比熱 (空気) $C_v = \frac{5}{2}R = 20.8, C_p = \frac{7}{2}R, \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5} = 1.4$ (16)

加圧後の圧力 $T_f = \beta P_i = \beta$ [atm] (17)

圧力変化前後の温度変化 $\Delta T = 300(\beta^{0.286} - 1)$ [K, °C] (18)

常圧になったときの温度 $T = \Delta T + 27$ [°C] (19)

計算結果を Fig. 4 に示した。図には、大気圧に対応する標高を示したが、これは次の式で計算したものである。(P: 大気圧 [atm], h: 標高 [m])^{3,4}

$$P = (1 - 2.25577 \times 10^{-5} h)^{5.25588} \quad (20)$$

5) 考察

条件 I の、加圧して圧力を急速解放する場合 (Fig. 3) は、2、3 気圧の加圧で 50~80K の温度低下が起こり、 $-20^\circ\text{C} \sim -50^\circ\text{C}$ となる。瞬間的にはこのような温度となり霧が形成されるのであろう。

条件 II の、常圧の空気の塊が上昇気流などにより急激に低い圧力下に置かれる場合 (Fig. 4) は、温度が水の氷点、 0°C となるのが標高 3000 m と計算されており、文献値¹と近い。積乱雲内部の温度は標高 10000~20000m の最上部でも -70°C 程度と言われており、今回の計算値の -70°C (10000 m) ~ -120°C (18000m) より高い。この食い違いの一因は、水の凝固熱の発生の影響が考えられる。

文献

- 1 [Cumulonimbus cloud, Wikipedia](#)、積乱雲
- 2 森谷東平「断熱圧縮・膨張による圧力・温度変化の理論計算」(2015)
- 3 [Altitude above sea level and air pressure](#)
- 4 [Atmospheric pressure, Wikipedia](#)

次の文献も参考にした

- 5 [J. Guemez et al., “Physics of the fire piston and the fog bottle”, Eur. J. Phys. 28 \(2007\) 1199–1205](#)
- 6 [新野宏他、「大気の大気と渦の数値シミュレーション」日本数値流体力学学会誌第9巻\(5\)p141\(2001\)](#)