

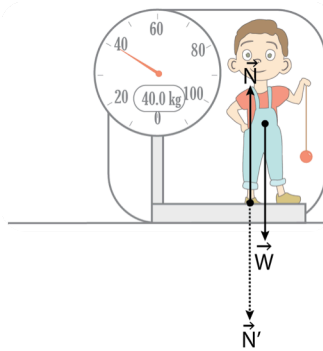
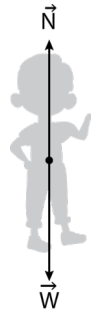
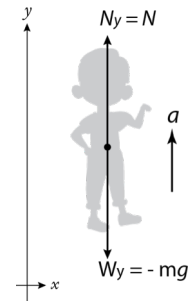


図1 少年と体重計にはたらく力

図2 少年についての
フリーボディーダイアグラム図3 座標軸と力の成分、
および加速度**Q-1)**

(1) 少年と体重計にはたらく力ベクトルを図1に示した。体重計が少年を押す力（＝垂直抗力） $\vec{N}$ は作用反作用の法則により少年が体重計を押す力と大きさが等しく逆向きである。その大きさ（N ニュートン）は、体重計の読み（kg）に重力加速度 g をかけた値 mg である。

(2) 少年にはたらく力ベクトルについてのフリーボディーダイアグラムが図2。

(3) 運動方程式を解くために、座標系を y 軸が鉛直上向きになるよう設置し力の成分を示した。
また、少年の加速度の y 成分を a とした。
座標系： 鉛直上向きを y 軸。

(4) 運動方程式 $\sum \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$ （ベクトル式）

y 成分についての運動方程式

$$N - mg = ma$$

$$a = \frac{N - mg}{m}$$

(5) 計算-1 (0~13 m) $a = \frac{23.7 \times 9.81 - 40.0 \times 9.81}{40.0} = -3.998 \rightarrow -4.00$

(6) 計算-2 (13~20 m) $a = \frac{40.0 \times 9.81 - 40.0 \times 9.81}{40.0} = 0$

(7) 計算-3 (20~30 m) $a = \frac{56.3 \times 9.81 - 40.0 \times 9.81}{40.0} = 3.997 \rightarrow 4.00$

答 上から 0~13 m: 加速度が 4.00 m/s^2 鉛直下向き
上から 13~20 m: 加速度=0（等速運動）
上から 20~30 m: 加速度が 4.00 m/s^2 鉛直上向き

注意 ・ 使用したデータが3桁なので計算結果を4桁で示して答えは3桁とする。
・ 加速度はベクトル量なので、答えは正の数値と向きで示すべき。負数や向きの無いのは不可。

補足 1 「慣性力」について

エレベーターが下向きに加速している時、その動きが滑らかであれば乗っている少年はエレベーターの加速度運動には気づかずあたかも鉛直上方に力を受けて 体重計の指示が変化したと感ずるであろう。

これを、上の運動方程式から見てみよう。ベクトル表示の運動方程式を書き直すと

$$\vec{N} + \vec{w} - m\vec{a} = 0$$

この式の 3 項目、 $m\vec{a}$ 、は質量と加速度の積であるが、これを「見かけ上の力」として見ると、式を $\vec{N}$ 、 $\vec{w}$ 、 $m\vec{a}$ の 3 個の力のつりあいとして考えることもできる。この「見かけの力」は慣性力 **Inertial force** と呼ばれる。つりあいの考え方では、慣性力は加速度の向きと逆向きに現れて、慣性力の発生で 垂直抗力の大きさが減少することが理解できる。

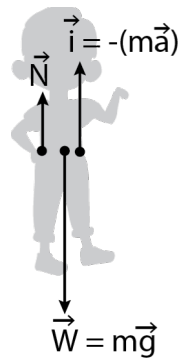


図 4 慣性力

Q—2)



図5 少年にはたらく力と加速度についての y 成分

(1) 少年についての運動方程式を解くために力と加速度の y 成分を図5に示した。

座標系：鉛直上向きを y 軸。

少年にはたらく力：

重力 mg

体重計が少年を押す力（＝垂直抗力） N （ m は少年の質量 20.0kg ）、

加速度： a ，円運動の向心加速度であるから、その大きさは

$$a = \frac{v^2}{r}$$

向きは、地点 A で鉛直上向き

地点 B で鉛直下向き

(2) 自動車の速さの単位の換算

$$36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\text{h}}{3.6 \times 10^3 \text{s}} \times \frac{10^3 \text{m}}{1\text{km}} = 10.0 \text{ m/s}$$

(3) 地点 A での運動方程式

$$\Sigma F = ma$$

$$N - mg = m \frac{v^2}{r}$$

$$N = mg + m \frac{v^2}{r} = 40.0 \left(9.81 + \frac{10^2}{45} \right) = 40.0 (9.81 + 2.22) = 480.9 \text{ [N]}$$

作用反作用の法則より、少年が体重計を押す力の大きさは N に等しい。体重計の読みはこれを 9.81 m/s^2 で割ったものだから、

$$\text{体重計の読み} = 480.9 / 9.81 = 49.0 \rightarrow 49 \text{ [kg]}$$

(4) 地点 B での運動方程式

$$\Sigma F = ma$$

$$N - mg = -m \frac{v^2}{r} \quad \text{----- (注)}$$

$$N = mg - m \frac{v^2}{r} = 40.0 \left(9.81 - \frac{10^2}{35} \right) = 40.0 (9.81 - 2.86) = 278.1 \text{ [N]}$$

作用反作用の法則より、少年が体重計を押す力の大きさは N に等しい。体重計の読みはこれを 9.81 m/s^2

で割ったものだから、

$$\text{体重計の読み} = 278.1 / 9.81 = 28.4 \rightarrow 28 \text{ [kg]}$$

答

地点 A : 49 kg

地点 B : 28 kg

注意 ・使用したデータが2桁なので答え2桁とする。

Q—3)

(1) 体重計が0になるとは $N=0$ となることである。逆に、 $N>0$ となる時の自動車の速さ、 v 、を地点 B について求める。

(2) Q-2 の(4)の運動方程式

$$N - mg = -m \frac{v^2}{r} \quad \text{-----} (*)$$

で $N>0$ とおき v について解く。

$$N - mg = -m \frac{v^2}{r}, N > 0 \rightarrow N = mg - m \frac{v^2}{r} > 0 \rightarrow v < \sqrt{g \cdot r} = \sqrt{9.81 \times 35} = 18.53 [\text{m/s}]$$

単位を km/h に換算 $18.53 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{3.6 \times 10^3 \text{ s}}{1 \text{ h}} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 66.7 \text{ km/h} \rightarrow 67 \text{ km/h}$
 v が 67 km/h より低い速度で $N > 0$ である。 $N = 0$ となるのは 67 km/h 以上である。

答 地点 B で 67 km/h 以上

注意 ・18.53 m/s は、上から3桁目が5であるので4桁まで残して km/h に換算して結果を2桁に丸める。

補足3 「遠心力」-1

(*) で示された運動方程式を書き直すと

$$N - mg + m \frac{v^2}{r} = 0$$

この式の3項目、 $m \frac{v^2}{r}$ 、は質量と向心加速度の積であるが、これを「見かけ上の力」として「遠心力」Centrifugal Force と呼ぶことがある（慣性力の一種である）。図6で、B地点で鉛直下向きの重力 mg と鉛直上向きの垂直抗力 N および遠心力 $m \frac{v^2}{r}$ のつり合いと見ると、遠心力が大きくなるとそれに連れて垂直抗力がその分減少し、遠心力の大きさが重力の大きさと等しいか、それより大きくなると垂直抗力 N がゼロとなり、「無重力」ないし「無重量」と呼ばれる状態になることになる。

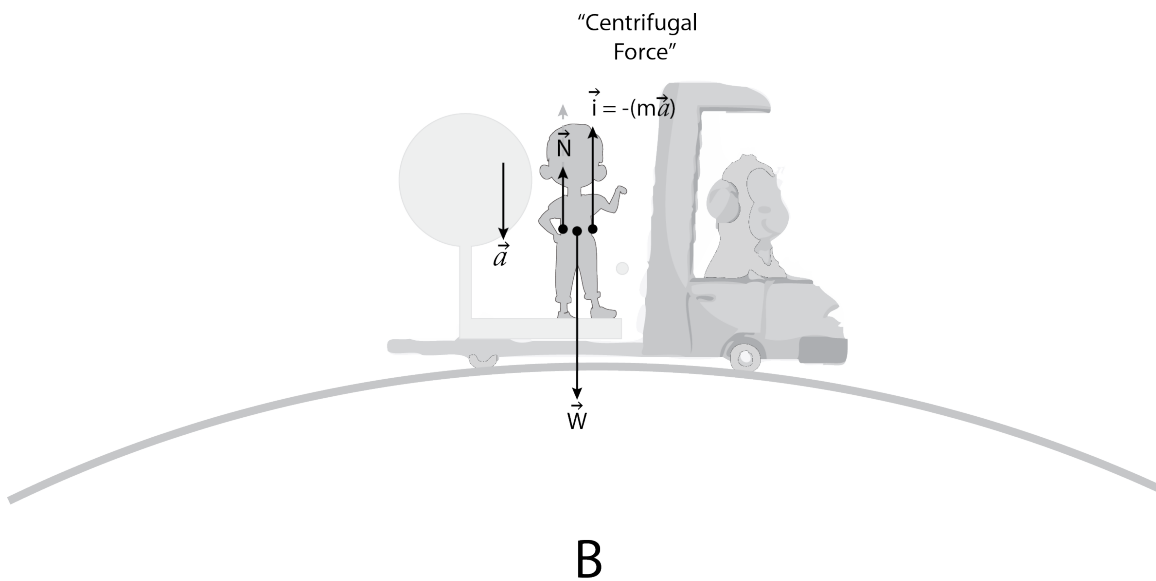


図6 「遠心力」"Centrifugal Force"

補足4 慣性

地点 **B** に向かう自動車は、そのまま直線運動を続けようとする「慣性」"Inertia"がある、と考えることもできる（図7）。図6と図7を比べると、「遠心力」の正体は「慣性」である、ということがわかる。

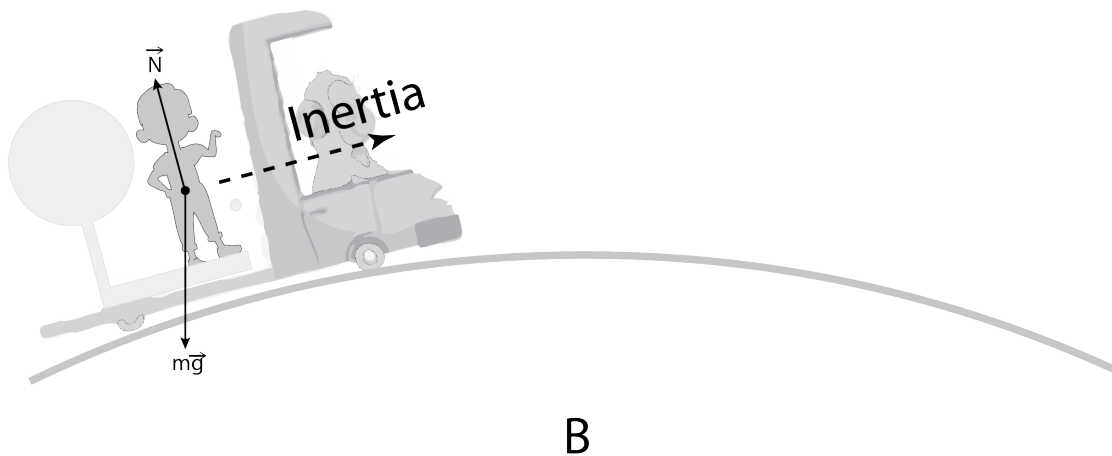


図7 慣性

補足5 「遠心力」-2

地点Aについては、以上と同様な考察で図8を得る。図8で、A地点で鉛直下向きの重力 $\vec{W}(=m\vec{g})$ と鉛直上向きの垂直抗力 $\vec{N}$ および遠心力 $\vec{i}$ のつり合いと見ると、遠心力が大きくなるとそれに連れて垂直抗力がその分増大する。これは、少年が下方方向の慣性で体重計の台に押しつけられたために台から大きな垂直抗力を受けると解釈できる。

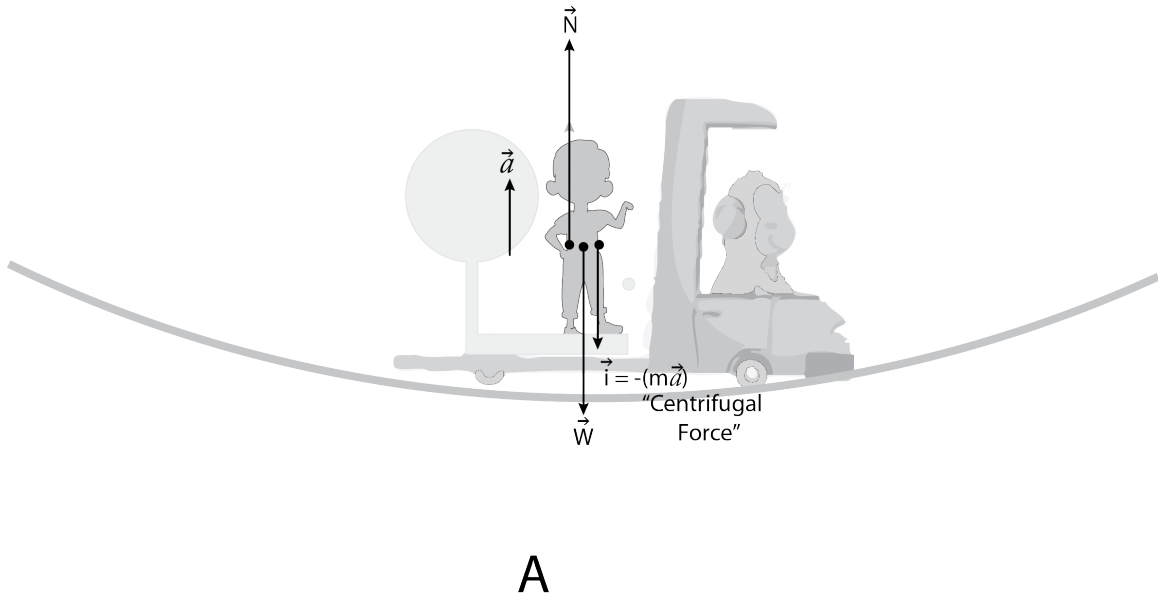


図8 「遠心力」 "Centrifugal Force"